

2

LA GAMME DE PYTHAGORE

Tout comme les lettres de l'alphabet permettent d'écrire des mots pour les lire, les notes permettent de transcrire la musique pour la transmettre.

Comment retrouver mathématiquement la fréquence des notes de la gamme de Pythagore ?

OBJECTIF
Montrer que la construction des gammes est basée sur des fractions simples

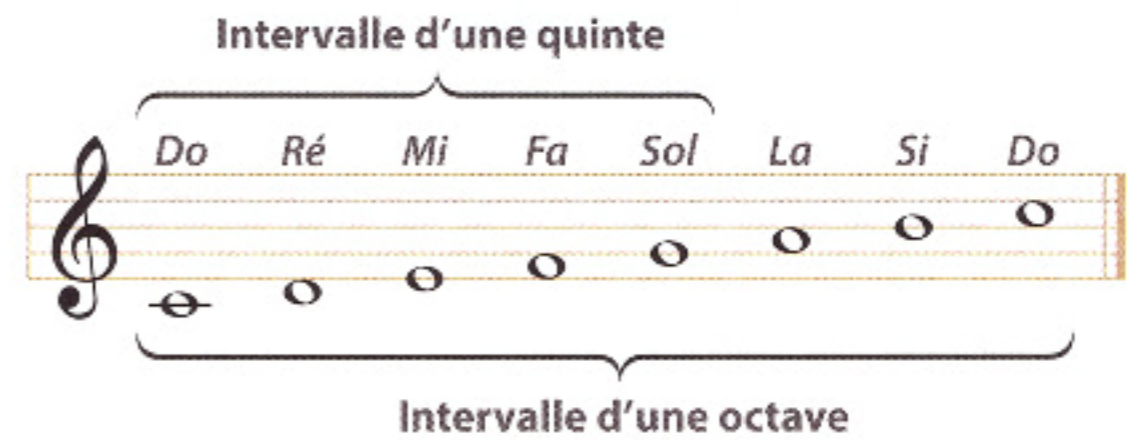
1 Qu'est-ce qu'une gamme ?

Une gamme est un ensemble de notes réparties sur une octave. Élaborer une gamme implique de faire plusieurs choix concernant les notes : leur nombre, leur fréquence (ou hauteur) et leur nom. Ces choix, essentiellement culturels, ont évolué au cours de l'histoire de la musique. Ainsi, les notes principales de la gamme de do se nomment actuellement *do, ré, mi, fa, sol, la, si*. Pour avoir plus de possibilités, les compositeurs utilisent aussi des notes supplémentaires situées entre les notes principales : les notes altérées d'un dièse (*do[♯], ré[♯], fa[♯], sol[♯], la[♯]*) ou d'un bémol (*ré^b, mi^b, sol^b, la^b, si^b*) selon la tonalité souhaitée pour la composition.

Cela fait un total de douze notes réparties entre un do et le do de l'octave supérieure. Il n'est pas nécessaire de choisir des notes en dehors de cette octave : elles auraient une sonorité semblable. On énonce le nom des notes de la plus grave à la plus aiguë, elles sont donc rangées dans l'ordre des fréquences fondamentales croissantes. Les valeurs des fréquences des notes dépendent de la méthode employée pour construire la gamme.

2 La quinte, base de la gamme de Pythagore

La gamme de Pythagore, utilisée jusqu'au XVIII^e siècle, a pour origine l'étude du son créé par une corde tendue sur un chevalet. Une corde d'une certaine longueur et une corde deux fois plus courte produisent deux sons séparés d'une octave. Pythagore s'aperçoit alors que d'autres intervalles consonants, comme la quinte, peuvent être produits avec des cordes dont les longueurs correspondent à des rapports simples de nombres entiers. Les pythagoriciens construisent une gamme dont les notes sont séparées d'une quinte, un intervalle contenant cinq notes. Par exemple, l'intervalle entre le do et le sol qui le suit constitue une quinte. À l'instar de tous les intervalles, la quinte est définie par un rapport de fréquence : il s'agit du rapport 3/2.

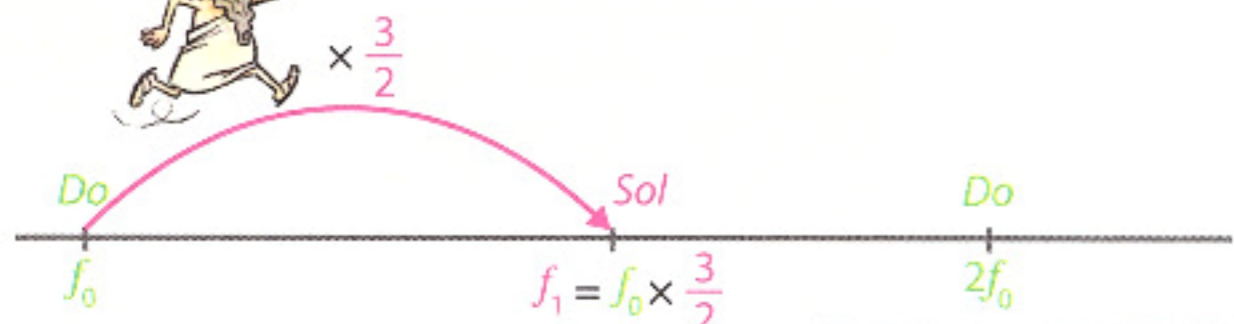


3 Méthode de construction de la gamme de do de Pythagore

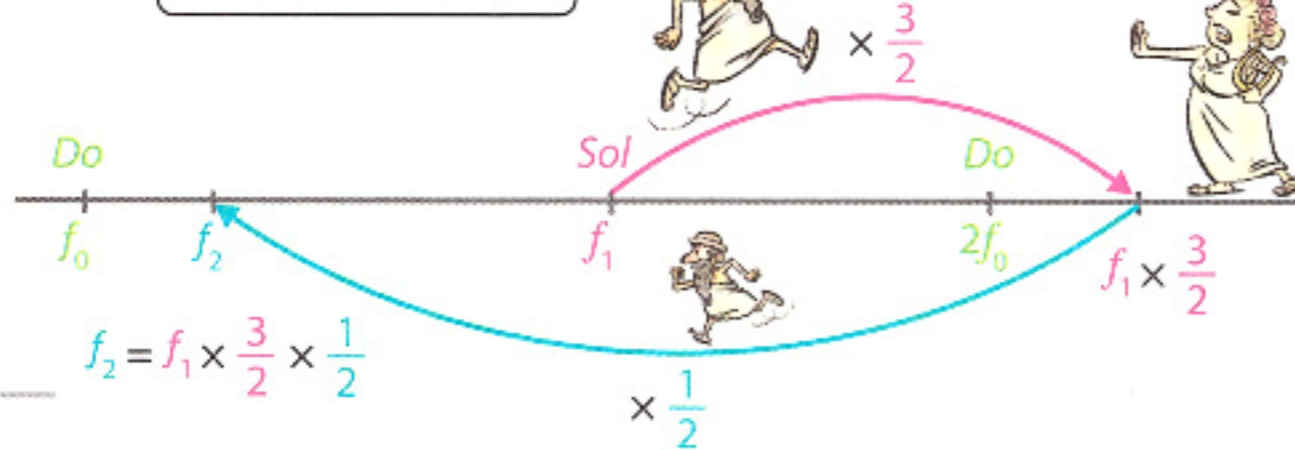
1 Construisons une gamme entre ce do et son octave. Pour passer d'une note à sa quinte, il faut multiplier sa fréquence par $\frac{3}{2}$.



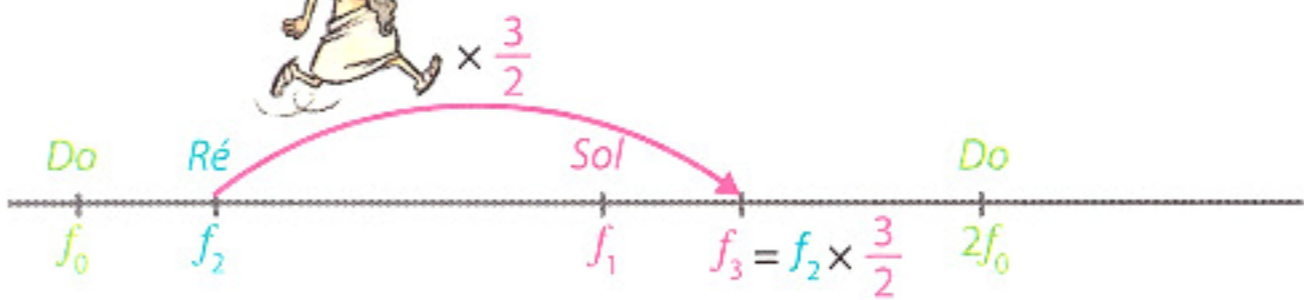
2 Allons jusqu'à la première quinte.



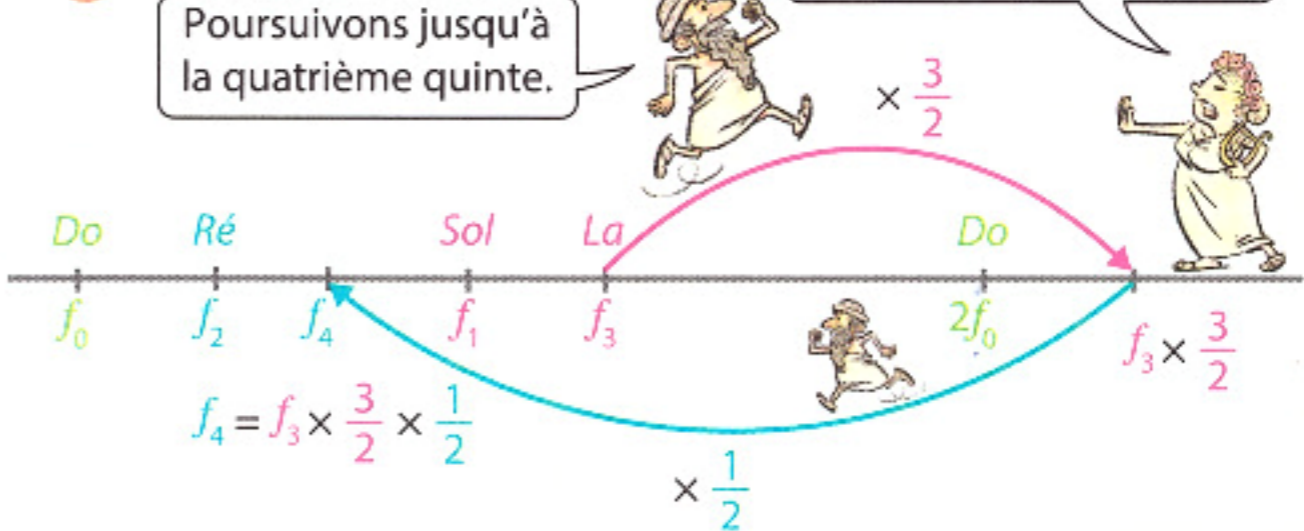
3 Poursuivons jusqu'à la deuxième quinte. Sortie d'octave ! Divisez votre fréquence par 2.



4 Bon, repartons vers la troisième quinte.



5 Poursuivons jusqu'à la quatrième quinte. Sortie d'octave ! Divisez votre fréquence par 2.



6 Etc.

Les noms des notes n'existaient pas à l'époque de Pythagore, mais nous leur attribuons ici les noms des notes les plus proches afin de les repérer plus facilement.